

---

Jürgen Tietze

# Einführung in die Finanzmathematik

Klassische Verfahren  
und neuere Entwicklungen:  
Effektivzins- und Renditeberechnung,  
Investitionsrechnung,  
Derivative Finanzinstrumente

12., erweiterte Auflage

# Inhaltsverzeichnis

<b>Abkürzungen, Variablennamen</b> .....	<b>X</b>
<b>1 Voraussetzungen und Hilfsmittel</b> .....	<b>1</b>
1.1 Prozentrechnung .....	1
1.2 Lineare (einfache) Verzinsung .....	17
1.2.1 Grundlagen der linearen Verzinsung .....	18
1.2.2 Das Äquivalenzprinzip der Finanzmathematik (bei linearer Verzinsung) .....	26
1.2.3 Terminrechnung - mittlerer Zahlungstermin .....	38
1.2.4 Vorschüssige Verzinsung, Wechseldiskontierung .....	46
<b>2 Zinseszinsrechnung (exponentielle Verzinsung)</b> .....	<b>51</b>
2.1 Grundlagen der Zinseszinsrechnung .....	51
2.2 Das Äquivalenzprinzip der Finanzmathematik (bei Zinseszinsen) .....	62
2.3 Unterjährige Verzinsung .....	75
2.3.1 Diskrete unterjährige Verzinsung .....	75
2.3.2 Zur Effektivverzinsung kurzfristiger Kredite .....	82
2.3.3 Gemischte Verzinsung .....	85
2.3.4 Stetige Verzinsung .....	88
2.4 Inflation und Verzinsung .....	93
2.4.1 Inflation .....	93
2.4.2 Exponentielle Verzinsung unter Berücksichtigung von Preissteigerungen/ Inflation .....	96
<b>3 Rentenrechnung</b> .....	<b>101</b>
3.1 Vorbemerkungen .....	101
3.2 Gesamtwert (Zeitwert) einer Rente zu beliebigen Bewertungsstichtagen .....	102
3.3 Vor- und nachschüssige Renten .....	106
3.4 Rentenrechnung und Äquivalenzprinzip - Beispiele und Aufgaben .....	109
3.5 Zusammengesetzte Zahlungsreihen und wechselnder Zinssatz .....	118
3.6 Ewige Renten .....	121
3.7 Kapitalaufbau/Kapitalabbau durch laufende Zuflüsse/Entnahmen .....	126
3.8 Auseinanderfallen von Ratentermin und Zinszuschlagstermin .....	132
3.8.1 Rentenperiode größer als Zinsperiode .....	133
3.8.2 Zinsperiode größer als Rentenperiode .....	136
3.8.2.1 ICMA - Methode („internationale Methode“) .....	136
3.8.2.2 US-Methode .....	138
3.8.2.3 „360-Tage-Methode“ .....	139

3.9	Renten mit veränderlichen Raten	149
3.9.1	Arithmetisch veränderliche Renten	149
3.9.2	Geometrisch veränderliche Renten	155
3.9.2.1	Grundlagen	155
3.9.2.2	Geometrisch steigende Renten – Kompensation von Preissteigerungen	159
3.9.2.3	Zusammenfassung	161
3.9.3	Veränderliche unterjährig zahlbare Renten	165
<b>4</b>	<b>Tilgungsrechnung</b>	<b>173</b>
4.1	Grundlagen, Tilgungsplan, Vergleichskonto	173
4.2	Tilgungsarten	181
4.2.1	Allgemeine Tilgungsschuld	181
4.2.2	Gesamtfällige Schuld ohne Zinsansammlung	184
4.2.3	Gesamtfällige Schuld mit vollständiger Zinsansammlung	185
4.2.4	Ratentilgung (Ratenschuld)	186
4.2.5	Annuitätentilgung (Annuitätenschuld)	187
4.2.5.1	Annuitätenkredit – Standardfall	187
4.2.5.2	Annuitätenkredit – Ergänzungen	193
4.2.5.3	Exkurs: Annuitätenkredit mit Disagio	198
4.2.5.4	Exkurs: Tilgungstreckung, Zahlungsaufschub, Tilgungstreckungsdarlehen, Stückelung	203
4.3	Tilgungsrechnung bei unterjährigen Zahlungen	212
4.3.1	Kontoführungsmethode 1 (360-Tage-Methode)	213
4.3.2	Kontoführungsmethode 2 (Braess)	214
4.3.3	Kontoführungsmethode 3 (US)	215
4.3.4	Kontoführungsmethode 4 (ICMA)	217
4.4	Nachschüssige Tilgungsverrechnung	220
<b>5</b>	<b>Die Ermittlung des Effektivzinssatzes in der Finanzmathematik</b>	<b>225</b>
5.1	Grundlagen	225
5.1.1	Der Effektivzinzbegriff	225
5.1.2	Berechnungsverfahren für den Effektivzinssatz	230
5.2	Effektivzinsermittlung bei jährlichen Leistungen	234
5.2.1	Effektivzinsermittlung bei Standardkrediten	234
5.2.2	Exkurs: Disagioerstattung	245
5.2.3	Exkurs: Unterschiedliche Kreditkonditionen bei gleichem Zahlungsstrom	246
5.3	Effektivzinsermittlung bei unterjährigen Leistungen	253
5.3.1	2-Phasen-Plan zur Effektivzinsermittlung	253
5.3.2	Die Berechnung von $i_{\text{eff}}$ : Anwendungen des 2-Phasen-Plans – Variationen eines Basis-Kredits	260
5.3.3	Effektivverzinsung und unterjährige Zahlungen – ausgewählte Probleme	273
5.3.3.1	Disagio-Varianten bei identischen Zahlungsströmen	274
5.3.3.2	Tilgungstreckungsdarlehen bei unterjährigen Leistungen	279
5.3.3.3	Disagio-Rückerstattung bei unterjährigen Leistungen	283
5.3.3.4	Effektivverzinsung von Ratenkrediten	284
5.3.3.5	Anlageformen mit unterjährigen Leistungen – Beispiel Bonussparen	288
5.3.3.6	Übungsaufgaben zur Effektivzinsermittlung bei unterjährigen Leistungen	292
5.4	Exkurs: Finanzmathematische Aspekte zur „richtigen“ Verzinsungsmethode	297

<b>6 Einführung in die Finanzmathematik festverzinslicher Wertpapiere</b> .....	307
6.1 Grundlagen der Kursrechnung und Renditeermittlung .....	307
6.2 Kurs und Rendite bei ganzzahligen Restlaufzeiten .....	313
6.3 Kurs und Rendite zu beliebigen Zeitpunkten – Stückzinsen und Börsenkurs .....	316
<b>7 Exkurs: Aspekte der Risikoanalyse – das Duration-Konzept</b> .....	321
7.1 Die Duration als Maß für die Zinsempfindlichkeit von Anleihen .....	322
7.2 Die Duration von Standard-Anleihen – Berechnungsverfahren und Einflussgrößen ...	328
7.3 Die immunisierende Eigenschaft der Duration .....	339
7.4 Duration und Convexity .....	345
<b>8 Exkurs: Derivative Finanzinstrumente – Futures und Optionen</b> .....	351
8.1 Termingeschäfte: Futures und Optionen – ein Überblick .....	352
8.2 Forwards/Futures: Terminkauf und -verkauf .....	353
8.3 Optionen: Basisformen .....	359
8.4 Einfache Kombinationen aus Fixgeschäften und Optionen .....	367
8.5 Spreads .....	372
8.6 Straddles .....	377
8.7 Strangles / Combinations .....	379
8.8 Einführung in die Optionspreisbewertung .....	381
<b>9 Finanzmathematische Verfahren der Investitionsrechnung</b> .....	395
9.1 Vorbemerkungen .....	395
9.2 Kapitalwert und äquivalente Annuität einer Investition .....	397
9.3 Interner Zinssatz einer Investition – Vorteilhaftigkeitskriterien .....	404
<b>Lösungen der Übungsaufgaben</b> .....	421
<b>Literaturverzeichnis</b> .....	443
<b>Sachwortverzeichnis</b> .....	447