
Jürgen Tietze

Einführung in die Finanzmathematik

Klassische Verfahren
und neuere Entwicklungen:
Effektivzins- und Renditeberechnung,
Investitionsrechnung,
Derivative Finanzinstrumente

12., erweiterte Auflage

Inhaltsverzeichnis

Abkürzungen, Variablennamen	X
1 Voraussetzungen und Hilfsmittel	1
1.1 Prozentrechnung	1
1.2 Lineare (einfache) Verzinsung	17
1.2.1 Grundlagen der linearen Verzinsung	18
1.2.2 Das Äquivalenzprinzip der Finanzmathematik (bei linearer Verzinsung)	26
1.2.3 Terminrechnung - mittlerer Zahlungstermin	38
1.2.4 Vorschüssige Verzinsung, Wechseldiskontierung	46
2 Zinseszinsrechnung (exponentielle Verzinsung)	51
2.1 Grundlagen der Zinseszinsrechnung	51
2.2 Das Äquivalenzprinzip der Finanzmathematik (bei Zinseszinsen)	62
2.3 Unterjährige Verzinsung	75
2.3.1 Diskrete unterjährige Verzinsung	75
2.3.2 Zur Effektivverzinsung kurzfristiger Kredite	82
2.3.3 Gemischte Verzinsung	85
2.3.4 Stetige Verzinsung	88
2.4 Inflation und Verzinsung	93
2.4.1 Inflation	93
2.4.2 Exponentielle Verzinsung unter Berücksichtigung von Preissteigerungen/ Inflation	96
3 Rentenrechnung	101
3.1 Vorbemerkungen	101
3.2 Gesamtwert (Zeitwert) einer Rente zu beliebigen Bewertungsstichtagen	102
3.3 Vor- und nachschüssige Renten	106
3.4 Rentenrechnung und Äquivalenzprinzip - Beispiele und Aufgaben	109
3.5 Zusammengesetzte Zahlungsreihen und wechselnder Zinssatz	118
3.6 Ewige Renten	121
3.7 Kapitalaufbau/Kapitalabbau durch laufende Zuflüsse/Entnahmen	126
3.8 Auseinanderfallen von Ratentermin und Zinszuschlagstermin	132
3.8.1 Rentenperiode größer als Zinsperiode	133
3.8.2 Zinsperiode größer als Rentenperiode	136
3.8.2.1 ICMA - Methode („internationale Methode“)	136
3.8.2.2 US-Methode	138
3.8.2.3 „360-Tage-Methode“	139

3.9	Renten mit veränderlichen Raten	149
3.9.1	Arithmetisch veränderliche Renten	149
3.9.2	Geometrisch veränderliche Renten	155
3.9.2.1	Grundlagen	155
3.9.2.2	Geometrisch steigende Renten – Kompensation von Preissteigerungen	159
3.9.2.3	Zusammenfassung	161
3.9.3	Veränderliche unterjährig zahlbare Renten	165
4	Tilgungsrechnung	173
4.1	Grundlagen, Tilgungsplan, Vergleichskonto	173
4.2	Tilgungsarten	181
4.2.1	Allgemeine Tilgungsschuld	181
4.2.2	Gesamtfällige Schuld ohne Zinsansammlung	184
4.2.3	Gesamtfällige Schuld mit vollständiger Zinsansammlung	185
4.2.4	Ratentilgung (Ratenschuld)	186
4.2.5	Annuitätentilgung (Annuitätenschuld)	187
4.2.5.1	Annuitätenkredit – Standardfall	187
4.2.5.2	Annuitätenkredit – Ergänzungen	193
4.2.5.3	Exkurs: Annuitätenkredit mit Disagio	198
4.2.5.4	Exkurs: Tilgungstreckung, Zahlungsaufschub, Tilgungstreckungsdarlehen, Stückelung	203
4.3	Tilgungsrechnung bei unterjährigen Zahlungen	212
4.3.1	Kontoführungsmethode 1 (360-Tage-Methode)	213
4.3.2	Kontoführungsmethode 2 (Braess)	214
4.3.3	Kontoführungsmethode 3 (US)	215
4.3.4	Kontoführungsmethode 4 (ICMA)	217
4.4	Nachschüssige Tilgungsverrechnung	220
5	Die Ermittlung des Effektivzinssatzes in der Finanzmathematik	225
5.1	Grundlagen	225
5.1.1	Der Effektivzinzbegriff	225
5.1.2	Berechnungsverfahren für den Effektivzinssatz	230
5.2	Effektivzinsermittlung bei jährlichen Leistungen	234
5.2.1	Effektivzinsermittlung bei Standardkrediten	234
5.2.2	Exkurs: Disagioerstattung	245
5.2.3	Exkurs: Unterschiedliche Kreditkonditionen bei gleichem Zahlungsstrom	246
5.3	Effektivzinsermittlung bei unterjährigen Leistungen	253
5.3.1	2-Phasen-Plan zur Effektivzinsermittlung	253
5.3.2	Die Berechnung von i_{eff} : Anwendungen des 2-Phasen-Plans – Variationen eines Basis-Kredits	260
5.3.3	Effektivverzinsung und unterjährige Zahlungen – ausgewählte Probleme	273
5.3.3.1	Disagio-Varianten bei identischen Zahlungsströmen	274
5.3.3.2	Tilgungstreckungsdarlehen bei unterjährigen Leistungen	279
5.3.3.3	Disagio-Rückerstattung bei unterjährigen Leistungen	283
5.3.3.4	Effektivverzinsung von Ratenkrediten	284
5.3.3.5	Anlageformen mit unterjährigen Leistungen – Beispiel Bonussparen	288
5.3.3.6	Übungsaufgaben zur Effektivzinsermittlung bei unterjährigen Leistungen	292
5.4	Exkurs: Finanzmathematische Aspekte zur „richtigen“ Verzinsungsmethode	297

6 Einführung in die Finanzmathematik festverzinslicher Wertpapiere	307
6.1 Grundlagen der Kursrechnung und Renditeermittlung	307
6.2 Kurs und Rendite bei ganzzahligen Restlaufzeiten	313
6.3 Kurs und Rendite zu beliebigen Zeitpunkten – Stückzinsen und Börsenkurs	316
7 Exkurs: Aspekte der Risikoanalyse – das Duration-Konzept	321
7.1 Die Duration als Maß für die Zinsempfindlichkeit von Anleihen	322
7.2 Die Duration von Standard-Anleihen – Berechnungsverfahren und Einflussgrößen ...	328
7.3 Die immunisierende Eigenschaft der Duration	339
7.4 Duration und Convexity	345
8 Exkurs: Derivative Finanzinstrumente – Futures und Optionen	351
8.1 Termingeschäfte: Futures und Optionen – ein Überblick	352
8.2 Forwards/Futures: Terminkauf und -verkauf	353
8.3 Optionen: Basisformen	359
8.4 Einfache Kombinationen aus Fixgeschäften und Optionen	367
8.5 Spreads	372
8.6 Straddles	377
8.7 Strangles / Combinations	379
8.8 Einführung in die Optionspreisbewertung	381
9 Finanzmathematische Verfahren der Investitionsrechnung	395
9.1 Vorbemerkungen	395
9.2 Kapitalwert und äquivalente Annuität einer Investition	397
9.3 Interner Zinssatz einer Investition – Vorteilhaftigkeitskriterien	404
Lösungen der Übungsaufgaben	421
Literaturverzeichnis	443
Sachwortverzeichnis	447