
Günther Bourier

Wahrscheinlichkeits- rechnung und schließende Statistik

Praxisorientierte Einführung –
Mit Aufgaben und Lösungen

9., aktualisierte Auflage

 Springer Gabler

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	V
1 Einführung	1
2 Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung	5
2.1 Zufallsvorgang	5
2.2 Elementarereignis und Ereignisraum	6
2.3 Zufälliges Ereignis	7
2.4 Übungsaufgaben und Kontrollfragen	9
3 Direkte Ermittlung von Wahrscheinlichkeiten	11
3.1 Die klassische Wahrscheinlichkeitsermittlung	11
3.2 Die statistische Wahrscheinlichkeitsermittlung	14
3.3 Die subjektive Wahrscheinlichkeitsermittlung	18
3.4 Übungsaufgaben und Kontrollfragen	19
4 Indirekte Ermittlung von Wahrscheinlichkeiten	21
4.1 Relationen von Ereignissen	22
4.1.1 Vereinigung von Ereignissen	22
4.1.2 Durchschnitt von Ereignissen	24
4.1.3 Komplementärereignis	27
4.1.4 Weitere Relationen	29
4.2 Eigenschaften von Wahrscheinlichkeiten	34
4.3 Rechnen mit Wahrscheinlichkeiten	36
4.3.1 Additionssätze	36
4.3.2 Bedingte Wahrscheinlichkeit	40
4.3.3 Unabhängigkeit von Ereignissen	44
4.3.4 Multiplikationssätze	47
4.3.5 Wahrscheinlichkeit des Komplementärereignisses	53
4.3.6 Die totale Wahrscheinlichkeit	55
4.3.7 Der Satz von Bayes	60
4.3.8 Weitere Rechenregeln	66
4.4 Übungsaufgaben und Kontrollfragen	66

5	Kombinatorik	71
5.1	Permutationen	71
5.1.1	Permutationen ohne Wiederholung	72
5.1.2	Permutationen mit Wiederholung	73
5.2	Kombinationen	75
5.2.1	Kombinationen ohne Wiederholung	75
5.2.1.1	Mit Beachtung der Anordnung	75
5.2.1.2	Ohne Beachtung der Anordnung	76
5.2.2	Kombinationen mit Wiederholung	77
5.2.2.1	Mit Beachtung der Anordnung	78
5.2.2.2	Ohne Beachtung der Anordnung	79
5.3	Permutation, Variation oder Kombination	80
5.4	Übungsaufgaben und Kontrollfragen	80
6	Zufallsvariable	83
6.1	Zum Begriff Zufallsvariable	83
6.2	Diskrete Zufallsvariable	89
6.2.1	Wahrscheinlichkeitsfunktion	90
6.2.2	Verteilungsfunktion	94
6.2.3	Parameter	98
6.2.3.1	Erwartungswert	98
6.2.3.2	Varianz und Standardabweichung	101
6.2.4	Die Ungleichung von Tschebyscheff	104
6.3	Stetige Zufallsvariable	106
6.3.1	Wahrscheinlichkeitsdichte	107
6.3.2	Verteilungsfunktion	111
6.3.3	Parameter	115
6.3.3.1	Erwartungswert	115
6.3.3.2	Varianz und Standardabweichung	116
6.4	Mehrdimensionale Zufallsvariable	118
6.4.1	Wahrscheinlichkeitsfunktion	119
6.4.2	Verteilungsfunktion	122
6.4.3	Parameter	124
6.4.4	Unabhängigkeit von Zufallsvariablen	127
6.5	Übungsaufgaben und Kontrollfragen	128

7	Theoretische Verteilungen von Zufallsvariablen	129
7.1	Diskrete Verteilungen	130
7.1.1	Binomialverteilung	130
7.1.2	Hypergeometrische Verteilung	135
7.1.3	Poissonverteilung	141
7.1.4	Weitere Verteilungen	146
7.1.4.1	Negative Binomialverteilung	146
7.1.4.2	Geometrische Verteilung	147
7.1.4.3	Multinomialverteilung	149
7.1.5	Approximationen	150
7.2	Stetige Verteilungen	158
7.2.1	Stetige Gleichverteilung	158
7.2.2	Exponentialverteilung	160
7.2.3	Normalverteilung und Standardnormalverteilung	163
7.2.4	Approximationen	175
7.3	Übersicht zu den Approximationsmöglichkeiten	183
7.4	Übungsaufgaben und Kontrollfragen	184
8	Grundlagen der schließenden Statistik	187
8.1	Chancen und Risiken von Teilerhebungen	189
8.2	Zur Konzeption des Rückschlusses	190
8.2.1	Inklusionsschluss	192
8.2.2	Repräsentationsschluss	198
8.3	Auswahlverfahren	200
8.3.1	Zufallsauswahlverfahren	200
8.3.1.1	Uneingeschränkte Zufallsauswahl	201
8.3.1.2	Systematische Zufallsauswahl	203
8.3.1.3	Mehrstufige Zufallsauswahl	207
8.3.2	Nicht-Zufallsauswahlverfahren	210
8.4	Stichprobenverteilungen	212
8.4.1	Chi-Quadrat-Verteilung	213
8.4.2	t-Verteilung	215
8.4.3	F-Verteilung	217

8.5	Stichprobenfunktionen und ihre Verteilungen	220
8.5.1	Bedeutung der Stichprobenfunktion	220
8.5.2	Verteilung des Stichprobenmittelwertes	221
8.5.3	Verteilung des Stichprobenanteilswertes	225
8.5.4	Verteilung der Stichprobenvarianz	228
8.6	Übungsaufgaben und Kontrollfragen	229
9	Schätzverfahren	231
9.1	Schätzfunktionen	231
9.1.1	Gütekriterien für Schätzfunktionen	231
9.1.2	Konstruktion von Schätzfunktionen	234
9.2	Punktschätzung	236
9.3	Intervallschätzung	237
9.3.1	Zur Erstellung eines Konfidenzintervalls	237
9.3.1.1	Grundkonzeption	238
9.3.1.2	Aufbau eines Konfidenzintervalls	240
9.3.1.3	Arten von Konfidenzintervallen	241
9.3.1.4	Genauigkeit und Konfidenz	242
9.3.2	Konfidenzintervall für das arithmetische Mittel	242
9.3.2.1	Zur Schätzfunktion	243
9.3.2.2	Schrittfolge zur Erstellung eines Konfidenzintervalls	244
9.3.2.3	Normalverteilte Grundgesamtheit	245
9.3.2.4	Beliebig verteilte Grundgesamtheit	255
9.3.2.5	Notwendiger Stichprobenumfang	260
9.3.3	Konfidenzintervall für den Anteilswert	266
9.3.3.1	Zur Schätzfunktion	267
9.3.3.2	Schrittfolge zur Erstellung eines Konfidenzintervalls	268
9.3.3.3	Erstellung von Konfidenzintervallen	269
9.3.3.4	Notwendiger Stichprobenumfang	274
9.3.4	Konfidenzintervall für die Varianz	277
9.4	Übungsaufgaben und Kontrollfragen	279

10 Testverfahren	283
10.1 Einführungsbeispiel	283
10.2 Elemente der Testverfahren	285
10.2.1 Hypothese und Alternativhypothese	285
10.2.2 Testfunktion	286
10.2.3 Beibehaltungs- und Ablehnungsbereich	286
10.2.4 Signifikanzniveau und Sicherheitswahrscheinlichkeit	288
10.2.5 Entscheidung und Interpretation	289
10.3 Trennschärfe	290
10.4 Testverfahren für das arithmetische Mittel	291
10.4.1 Schrittfolge des Testverfahrens	291
10.4.2 Durchführung des Tests	292
10.5 Testverfahren für den Anteilswert	296
10.5.1 Schrittfolge des Testverfahrens	296
10.5.2 Durchführung des Tests	297
10.6 Chi-Quadrat-Verteilungstest	300
10.7 Chi-Quadrat-Unabhängigkeitstest	303
10.8 Übungsaufgaben und Kontrollfragen	306
11 Lösung ausgewählter Übungsaufgaben	309
Tabellenanhang	359
Binomialverteilung	359
Poissonverteilung	362
Standardnormalverteilung	368
Zufallszahlen	371
Chi-Quadrat-Verteilung	372
t-Verteilung	373
F-Verteilung	375
Stichwortverzeichnis	377