

Jürgen Bortz
Christof Schuster

Statistik

für Human- und Sozialwissenschaftler

7., vollständig überarbeitete und
erweiterte Auflage

Mit 70 Abbildungen und 163 Tabellen

4u Springer

Inhaltsverzeichnis

I	Deskriptiv- und Inferenzstatistik	1
1	Empirische Forschung und Skalenniveaus	3
1.1	Empirische Forschung und Statistik	3
1.1.1	Phasen der empirischen Forschung	4
1.2	Skalenniveaus	12
1.2.1	Nominalskala	13
1.2.2	Ordinalskala	13
1.2.3	Intervallskala	14
1.2.4	Verhältnisskala	14
*1.3	Messtheoretische Vertiefung der Skalenniveaus	15
1.3.1	Nominalskala	17
1.3.2	Ordinalskala	18
1.3.3	Intervallskala	18
1.3.4	Verhältnisskala	20
1.3.5	Die Skalenarten auf dem Prüfstand: Ein Beispiel	21
1.3.6	Messung in der Forschungspraxis	22
2	Statistische Kennwerte	25
2.1	Maße der zentralen Tendenz	25
2.1.1	Mittelwert	25
2.1.2	Mediän	26
2.1.3	Modalwert	28
2.2	Maße der Variabilität	29
2.2.1	Varianz	30
2.2.2	Standardabweichung	31
2.2.3	AD-Streuung	31
2.2.4	Variationsbreite	32
2.2.5	Interquartilbereich	32
2.2.6	MAD	33
2.3	Stichprobenperzentile	33
2.4	Transformierte Messwerte	35
2.4.1	Kennwerte transformierter Messwerte	35
2.4.2	z-Transformation	35
3	Grafische Darstellungen von Merkmalsverteilungen	39
3.1	Kategorisierung von Messwerten	39
3.2	Histogramm und Polygon	41
3.3	Stängel-Blatt-Diagramm	43
3.4	Boxplot	44
3.5	Balken- und Kreisdiagramm	45
3.6	Berechnung von Kennwerten für tabellierte Daten	46

4	Wahrscheinlichkeitstheorie	49
4.1	Grundbegriffe	49
4.1.1	Zufallsexperimente und zufällige Ereignisse	49
4.1.2	Definition der Wahrscheinlichkeit	51
4.1.3	Axiome der Wahrscheinlichkeit	51
4.1.4	Wahrscheinlichkeit des Komplements	52
4.1.5	Additionstheorem	52
4.1.6	Bedingte Wahrscheinlichkeit	53
4.1.7	Unabhängigkeit	53
4.1.8	Multiplikationstheorem	54
4.1.9	Satz von der totalen Wahrscheinlichkeit	54
4.1.10	Theorem von Bayes	55
4.2	Variationen, Permutationen, Kombinationen	56
4.2.1	1. Variationsregel	56
4.2.2	2. Variationsregel	56
4.2.3	Permutationsregel	57
4.2.4	1. Kombinationsregel	57
4.2.5	2. Kombinationsregel	57
4.2.6	3. Kombinationsregel	58
5	Wahrscheinlichkeitsverteilungen	61
5.1	Diskrete Zufallsvariablen	61
5.1.1	Wahrscheinlichkeitsfunktion	61
5.1.2	Verteilungsfunktion	62
5.1.3	Erwartungswert und Varianz	62
5.2	Diskrete Verteilungen	63
5.2.1	Binomialverteilung	63
5.2.2	Hypergeometrische Verteilung	65
5.2.3	Poisson-Verteilung	66
5.2.4	Multinomialverteilung	67
5.2.5	Negative Binomialverteilung	67
5.3	Stetige Zufallsvariablen	68
5.3.1	Wahrscheinlichkeitsfunktionen	68
5.3.2	Perzentil und Verteilungsfunktion	69
5.3.3	Erwartungswert und Varianz	69
5.4	Stetige Verteilungen	70
5.4.1	Normalverteilung	70
5.5	Testverteilungen	74
5.5.1	χ^2 -Verteilung	74
5.5.2	t -Verteilung	75
5.5.3	F -Verteilung	76
5.5.4	Vergleich von F -, t -, χ^2 - und Normalverteilung	76
6	Stichprobe und Grundgesamtheit	79
6.1	Stichprobenarten	79
6.1.1	Einfache Zufallsstichprobe	80
6.1.2	Klumpenstichprobe	81
6.1.3	Geschichtete Stichprobe	81
6.1.4	Nicht-probabilistische Stichproben	82
6.2	Stichprobenverteilung	82
6.2.1	Erwartungswert und Varianz der Mittelwertverteilung	84
6.2.2	Form der Mittelwertverteilung	85
6.3	Kriterien der Parameterschätzung	88

6.4	Methoden der Parameterschätzung	90
6.5	Intervallschätzung	92
7	Hypothesentesten	97
7.1	Alternativhypothese	97
7.2	Nullhypothese	98
7.3	Statistische Testverfahren	99
7.3.1	Fehlerarten	100
7.3.2	Signifikanzniveau	100
7.3.3	Prüfgröße und Entscheidung	101
7.4	z-Test	102
7.4.1	Einseitiger Test	102
7.4.2	Zweiseitiger Test	104
7.4.3	Einseitiger und zweiseitiger Test im Vergleich	104
7.4.4	Nicht-signifikante, Ergebnisse	106
7.4.5	p -Werte und kritische Werte	106
7.5	Teststärke	107
7.5.1	Effektgröße	108
7.5.2	Berechnung der Teststärke des z -Tests	109
7.5.3	Determinanten der Teststärke	110
7.5.4	Teststärkefunktionen	111
7.6	Praktische Hinweise	112
7.7	Statistische Signifikanz und praktische Bedeutsamkeit	112
7.8	Monte-Carlo-Studien	113
8	Tests zur Überprüfung von Unterschiedshypothesen	117
8.1	1-Stichproben f -Test	118
8.1.1	Voraussetzungen	119
8.2	t -Test für unabhängige Stichproben	120
8.2.1	Voraussetzungen	122
8.2.2	Heterogene Varianzen	123
8.3	t -Test für Beobachtungspaare	124
8.3.1	Voraussetzungen	125
8.4	Große Stichproben	126
8.5	Stichprobenumfänge	126
8.6	Vergleich zweier Stichprobenvarianzen	128
8.6.1	F -Test	128
8.6.2	Levene-Test	129
*8.7	Nicht-parametrische Tests	130
8.7.1	Vergleich von zwei unabhängigen Stichproben (U -Test von Mann-Whitney)	130
8.7.2	Vergleich von zwei verbundener Stichproben (Wilcoxon-Test)	133
9	Analyse von Häufigkeiten	137
9.1	χ^2 -Unabhängigkeitstest	137
9.1.1	Gerichtete Alternativhypothese	141
9.1.2	Stichprobenumfänge	141
9.2	Analyse der Häufigkeiten eines Merkmals	142
9.2.1	Test auf andere Verteilungsformen	143
9.2.2	Gerichtete Alternativhypothese	145
9.2.3	Stichprobenumfänge	145
9.3	Messwiederholung	146
9.3.1	McNemar-Test	146
9.3.2	Cochran-Test	148

9.4	Konfigurationsfrequenzanalyse	148
9.4.1	Allgemeine Bemerkungen zu den χ^2 -Techniken	150
10	Korrelation	153
10.1	Kovarianz	153
10.2	Produkt-Moment-Korrelation	156
10.2.1	Interpretationshilfen für r	157
10.2.2	Korrelation und Kausalität	159
10.2.3	Fisher Z-Transformation	160
10.2.4	Überprüfung von Korrelationshypthesen	161
10.2.5	Selektionsfehler	169
*10.3	Spezielle Korrelationsstechniken	171
10.3.1	Korrelation zweier Intervallskalen	171
10.3.2	Korrelation einer Intervallskala mit einem dichotomen Merkmal	171
10.3.3	Korrelation einer Intervallskala mit einer Ordinalskala	174
10.3.4	Korrelation für zwei dichotome Variablen	174
10.3.5	Korrelation eines dichotomen Merkmals mit einer Ordinalskala (biseriale Rangkorrelation)	177
10.3.6	Korrelation zweier Ordinalskalen	178
10.3.7	„Korrelation“ zweier Nominalskalen (Kontingenzkoeffizient)	180
11	Einfache lineare Regression	183
11.1	Regression analyse	183
11.1.1	Deterministische und stochastische Beziehungen	184
11.1.2	Regressionsgleichung	185
11.1.3	Interpretation der Regressionskoeffizienten	188
11.1.4	Residuen	189
11.1.5	Standardschätzfehler	190
11.1.6	Determinationskoeffizient	191
11.2	Statistische Absicherung	192
11.2.1	Modell der linearen Regression	192
11.2.2	Signifikanztest für β	194
11.2.3	Konfidenzintervall für β	195
11.2.4	Konfidenzintervall für den Erwartungswert	196
11.2.5	Residuenanalyse	197
11.3	Nicht-lineare Zusammenhänge	198
11.3.1	Polynomiale Regression	199
11.3.2	Linearisierende Transformationen	200
11	Varianzanalytische Methoden	203
12	Einfaktorielle Versuchspläne	205
12.1	Einfaktorielle Varianzanalyse	206
12.1.1	Quadratsummenzerlegung	207
12.1.2	Grundgleichungen	208
12.1.3	Signifikanztest	209
12.1.4	Rechnerische Durchführung	210
12.1.5	Ungleiche Stichprobengrößen	211
12.2	Modell I (feste Effekte)	212
12.2.1	Effektmodell	215
12.2.2	Erwartungswerte der mittleren Quadrate	215
12.3	Modell II (zufällige Effekte)	217

13 Kontraste und Mehrfachvergleiche für einfaktorielles Versuchspläne	221
13.1 Einzelvergleiche	221
13.1.1 Signifikanzprüfung	221
13.1.2 Orthogonale Kontraste	222
13.1.3 Ungleich große Stichproben	224
13.1.4 Trendtests	225
13.2 Mehrfachvergleiche	229
13.2.1 Welcher Fehler muss kontrolliert werden?	231
13.2.2 A priori Vergleich orthogonaler Kontraste	231
13.2.3 A priori Vergleich nicht-orthogonaler Kontraste	231
13.2.4 A posteriori Vergleiche beliebiger Kontraste	232
14 Zweifaktorielle Versuchspläne	237
14.1 Zweifaktorielle Varianzanalyse	238
14.2 Feste und zufällige Effekte;	245
14.2.1 Modell mit festen Effekten	245
14.2.2 Modell mit zufälligen Effekten	246
14.2.3 Gemischtes Modell	248
14.3 Unbalancierte Versuchspläne	249
14.4 Varianzanalyse mit einer Beobachtung pro Zelle	253
15 Kontraste für zweifaktorielle Versuchspläne	257
15.1 Beispiel	257
15.2 Treatmentkontraste	258
15.3 Einfache Haupteffekte	259
15.4 Interaktionskontraste	260
*15.5 Weitere Kontraste	261
15.5.1 Einfache Treatmentkontraste	261
15.5.2 Homogenität einfacher Treatmentkontraste	263
16 Drei- und mehrfaktorielle Versuchspläne	265
16.1 Dreifaktorielle Varianzanalyse	265
16.2 Kontraste	268
16.3 Feste und zufällige Faktoren	269
16.4 Gemischtes Modell (<i>A</i> und <i>B</i> fest, <i>C</i> zufällig)	269
16.5 Quasi-F-Brüche	270
16.5.1 Pooling-Prozeduren	272
	I
17 Hierarchische Versuchspläne	275
17.1 Zweifaktorielle hierarchische Pläne	276
17.2 Dreifaktorielle Pläne	279
17.2.1 Hierarchischer Plan	279
17.2.2 Teilhierarchischer Plan	280
18 Versuchspläne mit Messwiederholungen	285
18.1 Einfaktorielles Varianzanalyse mit Messwiederholungen	285
18.2 Zweifaktorielle Versuchspläne	288
18.2.1 Gruppierungs- und Messwiederholungsfaktor	288
18.2.2 Zwei Messwiederholungsfaktoren	291
18.3 Dreifaktorielle Versuchspläne	293
18.3.1 Zwei Gruppierungsfaktoren und ein Messwiederholungsfaktor	294
18.3.2 Ein Gruppierungsfaktor und zwei Messwiederholungsfaktoren	296
18.4 Voraussetzungen der Varianzanalyse mit Messwiederholungen	299
18.4.1 Korrelationen zwischen wiederholten Messungen: Ein Beispiel	299

19 Kovarianzanalyse	305
19.1 Einfaktorielle Kovarianzanalyse	306
19.2 Voraussetzungen der Kovarianzanalyse	311
*19.3 Mehrfaktorielle Kovarianzanalyse	314
*19.4 Kovarianzanalyse mit Messwiederholungen	318
20 Lateinische Quadrate und verwandte Versuchspläne	325
20.1 Lateinische Quadrate	325
20.2 Griechisch-lateinische Quadrate	329
*20.3 Quadratische Anordnungen mit Messwiederholungen	332
III Multivariate Methoden	337
21 Partielle Korrelation und multiple lineare Regression	339
21.1 Partielle Korrelation	339
21.2 Multiple Regression	342
21.2.1 Zwei Prädiktoren	342
21.2.2 Mehr als zwei Prädiktoren	346
21.2.3 Statistische Absicherung	348
21.2.4 Suppression	352
21.2.5 Multikollinearität	354
21.2.6 Standardisierte versus unstandardisierte Steigungskoeffizienten	356
21.2.7 Moderierte multiple Regression	357
21.2.8 Stichprobenumfänge	359
21.2.9 Mathematischer Hintergrund	359
22 Allgemeines lineares Modell	363
22.1 Codierung nominaler Variablen	363
22.2 Spezialfälle des ALM	367
22.2.1 t-Test für unabhängige Stichproben	368
22.2.2 Einfaktorielle Varianzanalyse	368
22.2.3 Zwei- und mehrfaktorielle Varianzanalyse (gleiche Stichprobenumfänge)	370
22.2.4 Zwei- und mehrfaktorielle unbalancierte Varianzanalyse	373
22.2.5 Kovarianzanalyse	375
22.2.6 Hierarchische Varianzanalyse	376
22.2.7 Lateinisches Quadrat	377
22.2.8 t-Test für Beobachtungspaare	378
22.2.9 Varianzanalyse mit Messwiederholungen	379
22.2.10 x^2 -Test	380
22.2.11 $A:x^2$ -Test	382
22.2.12 Mehrebenenanalyse	383
23 Faktorenanalyse	385
23.1 Faktorenanalyse im Überblick	385
23.2 Grundprinzip und Interpretation der Hauptkomponentenanalyse	389
*23.3 Rechnerische Durchführung der Hauptkomponentenanalyse	397
23.4 Kriterien für die Anzahl der Faktoren	415
23.5 Rotationskriterien	418
23.6 Weitere faktorenanalytische Ansätze	426
24 Pfadanalyse	435
24.1 Modelle mit drei Variablen	435
24.1.1 Hierarchische Pfadmodelle	436

24.1.2	Pfadkoeffizienten und Tracing Rules	437
24.1.3	Tracing Rules	438
24.1.4	Pfadkoeffizienten und Regression	439
24.1.5	Restriktionen	440
24.2	Effektzerlegung	442
24.3	Modell mit vier Variablen	443
24.3.1	Partielle Korrelation und Pfadanalyse	446
24.4	Pfadanalyse mit latenten Variablen	447
25	Clusterartalyse	453
25.1	Ähnlichkeits- und Distanzmaße	454
25.1.1	Nominalskalierte Merkmale	454
25.1.2	Ordinalskalierte Merkmale	456
25.1.3	Intervallskalierte Merkmale	456
25.1.4	Gemischtskalierte Merkmale	458
25.2	Übersicht clusteranalytischer Verfahren	458
25.2.1	Hierarchische Verfahren	459
25.2.2	Nicht-hierarchische Verfahren	461
25.3	Durchführung einer Clusteranalyse	462
25.3.1	Ward-Methode	462
25.3.2	fc-Means-Methode	465
25.4	Evaluation clusteranalytischer Lösungen	466
26	Multivariate Mittelwertvergleiche	471
26.1	Mehrfache univariate Analysen oder eine multivariate Analyse?	471
26.2	Vergleich einer Stichprobe mit einer Population	472
26.3	Vergleich zweier Stichproben	474
26.4	Einfaktorielle Varianzanalyse mit Messwiederholungen	476
*26.5	Einfaktorielle, multivariate Varianzanalyse	478
*26.6	Mehrfaktorielle, multivariate Varianzanalyse	482
27	Diskriminanzanalyse	487
27.1	Grundprinzip und Interpretation der Diskriminanzanalyse	488
*27.2	Mathematischer Hintergrund	494
27.3	Mehrfaktorielle Diskriminanzanalyse	497
27.4	Klassifikation	498
28	Kanonische Korrelationsanalyse	507
28.1	Grundprinzip und Interpretation	507
*28.2	Mathematischer Hintergrund	513
*28.3	Kanonische Korrelation als allgemeiner Lösungsansatz	518
*28.4	Schlussbemerkung	522
Anhang		525
A	Rechenregeln für Erwartungswert, Varianz und Kovarianz	527
A.1	Definition von Erwartungswert, Varianz und Kovarianz	527
A.1.1	Rechenregeln für Erwartungswerte	528
A.1.2	Rechenregeln für Varianz und Kovarianz	528
A.2	Statistische Beispiele	529
A.2.1	Erwartungswert von x	529
A.2.2	Varianz des Mittelwertes	529
A.2.3	Erwartungswert von s^2	530

B Rechnen mit Matrizen	531
B.1 Terminologie	531
B.2 Additionen und Multiplikationen <	532
B.3 Determinanten	533
B.4 Matrixinversion	534
C Lösungen der Übungsaufgaben	537
Glossar	579
Tabellen	587
Literaturverzeichnis	603
Namenverzeichnis	637
Stichwortverzeichnis	649