

Heinrich Holland/Doris Holland

# **Mathematik im Betrieb**

Praxisbezogene Einführung mit Beispielen

7, überarbeitete Auflage



# Inhaltsverzeichnis

Vorwort		V
1	Mathematische Grundlagen	1
1.1	Zahlbegriffe	1
1.2	Potenzen	2
1.3	Wurzeln	5
1.4	Logarithmen	9
1.5	Exponentialgleichungen	10
1.6	Summenzeichen	11
2	Funktionen mit einer unabhängigen Variablen	17
2.1	Funktionsbegriff	17
2.2	Darstellungsformen	19
2.3	Umkehrfunktionen	22
2.4	Lineare Funktionen	25
2.5	Ökonomische lineare Funktionen	29
2.6	Nichtlineare Funktionen und ihre ökonomische Anwendung	40
2.6.1	Problemstellung	40
2.6.2	Parabeln	40
2.6.3	Hyperbeln	45
2.6.4	Wurzelfunktionen	46
2.6.5	Exponentialfunktionen	48
2.6.6	Logarithmusfunktionen	49
3	Funktionen mit mehreren unabhängigen Variablen	51
3.1	Begriff	51
3.2	Analytische Darstellung	52
3.3	Tabellarische Darstellung	52
3.4	Grafische Darstellung	53
3.4.1	Grundlagen	53
3.4.2	Lineare Funktionen mit zwei unabhängigen Variablen	55
3.4.3	Nichtlineare Funktionen mit zwei unabhängigen Variablen	57
3.5	Ökonomische Anwendung	61

4	Eigenschaften von Funktionen	67
4.1	Nullstellen, Extrema, Steigung, Krümmung, Symmetrie	67
4.2	Grenzwerte	73
4.3	Stetigkeit	77
5	Differentialrechnung bei Funktionen mit einer unabhängigen Variablen	83
5.1	Problemstellung	83
5.2	Die Steigung von Funktionen und der Differentialquotient	83
5.3	Differenzierungsregeln	87
5.3.1	Ableitung elementarer Funktionen	87
5.3.2	Differentiation verknüpfter Funktionen	88
5.3.3	Höhere Ableitungen	94
5.4	Anwendungen der Differentialrechnung	96
5.4.1	Extrema	96
5.4.2	Steigung einer Funktion	101
5.4.3	Krümmung einer Funktion	104
5.4.4	Wendepunkte	105
5.5	Kurvendiskussion	106
5.6	Newtonsches Näherungsverfahren	110
5.7	Wirtschaftswissenschaftliche Anwendungen der Differentialrechnung	114
5.7.1	Bedeutung der Differentialrechnung für die Wirtschaftswissenschaften	114
5.7.2	Differentiation wichtiger wirtschaftlicher Funktionen	115
5.7.2.1	Kostenfunktion	115
5.7.2.2	Umsatzfunktion	117
5.7.2.3	Gewinnfunktion	119
5.7.2.4	Gewinnmaximierung	120
5.7.2.5	Cournotscher Punkt	122
5.7.2.6	Optimale Bestellmenge	126
5.7.2.7	Elastizitäten	130
6	Differentialrechnung bei Funktionen mit mehreren unabhängigen Variablen	137
6.1	Partielle erste Ableitung	137
6.2	Partielle Ableitungen höherer Ordnung	140
6.3	Extremwertbestimmung	142
6.4	Extremwertbestimmung unter Nebenbedingungen	145
6.4.1	Problemstellung	145
6.4.2	Variablensubstitution	147
6.4.3	Multiplikatorregel nach Lagrange	148

7	Grundlagen der Integralrechnung	155
7.1	Unbestimmtes Integral	155
7.2	Bestimmtes Integral	158
7.3	Wirtschaftswissenschaftliche Anwendungen	163
8	Matrizenrechnung	169
8.1	Bedeutung der Matrizenrechnung	169
8.2	Begriff der Matrix	169
8.3	Spezielle Matrizen	171
8.4	Matrizenoperationen	174
8.4.1	Gleichheit von Matrizen	174
8.4.2	Transponierte von Matrizen	174
8.4.3	Addition von Matrizen	175
8.4.4	Multiplikation einer Matrix mit einem Skalar	176
8.4.5	Skalarprodukt von Vektoren	176
8.4.6	Multiplikation von Matrizen	178
8.4.7	Inverse einer Matrix	185
8.4.8	Input-Output-Analyse	187
8.5	Lineare Gleichungssysteme	196
8.5.1	Problemstellung und ökonomische Bedeutung	196
8.5.2	Lineare Gleichungssysteme in Matrixschreibweise	197
8.5.3	Lineare Abhängigkeit von Vektoren	200
8.5.4	Rang einer Matrix	202
8.5.5	Lösung linearer Gleichungssysteme	202
8.5.6	Lösbarkeit eines linearen Gleichungssystems	209
8.5.7	Innerbetriebliche Leistungsverrechnung	212
9	Lineare Optimierung	217
9.1	Ungleichungen	217
9.2	Grafische Methode der linearen Optimierung	222
9.3	Analytische Methode der linearen Optimierung	232
9.3.1	Problemstellung	232
9.3.2	Simplex-Methode	235
9.3.3	Verkürztes Simplex-Tableau	241
10	Finanzmathematik	253
10.1	Grundlagen der Finanzmathematik	253
10.1.1	Folgen	253
10.1.2	Reihen	259
10.1.3	Grenzwerte von Folgen	265
10.1.4	Grenzwerte von Reihen	268

10.2	Finanzmathematische Verfahren	270
10.2.1	Abschreibungen	270
10.2.2	Zinsrechnung	276
10.2.2.1	Begriffe der Zinsrechnung	276
10.2.2.2	Einfache Verzinsung	277
10.2.2.3	Zinseszinsrechnung	278
10.2.2.4	Unterjährige Verzinsung	281
10.2.2.5	Stetige Verzinsung	284
10.2.3	Rentenrechnung	287
10.2.4	Tilgungsrechnung	291
10.2.5	Investitionsrechnung	294
10.2.5.1	Dynamische Verfahren der Investitionsrechnung	294
10.2.5.2	Kapitalwertmethode	294
10.2.5.3	Annuitätenmethode	298
10.2.5.4	Interne Zinsfußmethode	298
10.2.5.5	Kritische Werte-Rechnung (Break-Even-Analyse)	303
11	Kombinatorik	307
11.1	Grundlagen	307
11.2	Permutationen	309
11.3	Kombinationen	311
11.4	Die Formeln zur Kombinatorik	320
12	Fallstudie	325
13	Lösungen der Übungsaufgaben	333
14	Lösungen zur Fallstudie	365
	Stichwortverzeichnis	377